

КАРАТАЕВА ДАНАГУЛЬ СЕРХИЛОВНА

ЕКІНШІ РЕТТІ КВАЗИСЫЗЫҚТЫ АЙЫРЫМДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ БІР КЛАСЫНЫҢ ТЕРБЕЛІМДІК ҚАСИЕТТЕРІ

6D060100-Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Диссертациялық жұмыс екінші ретті квазисызықты айырымдық тендеулердің бір класының тербелімдік қасиеттері мәселелеріне арналған.

1836 жылы француз математигі Штурм (Sturm С.) өзінің атақты 80 беттік жұмысында екінші ретті сызықты дифференциалдық тендеудің шешімінің өзгеру тәртібін зерттей отырып, алғашқы рет тендеудің тербелімділігі және тербелімсіздігі ұғымын енгізіп, екінші ретті сызықты дифференциалдық тендеу шешімдерінің сапалық қасиеттерін зерттеп, кез-келген шешімінің ақырсыз көп нөлдері болатын тендеу ретінде өзінің белгілі салыстыру және нөлдерді кезектесуі теоремаларын дәлелдеді. Одан кейін бұл бағытта зерттеулер қарқынды жүріп, қазіргі кезге дейін жалғасуда. Өткен ғасырдың 50 жылдарына дейінгі сызықты тендеулерді зерттеу нәтижелерінің негізін Суансон (Swanson С. А.) өз еңбектерінде қортындылаған.

Сызықты дифференциалдық тендеуді зерттеу өткен ғасырдың 70 жылдардың соңында жарияланған А. Эльберт, Ж.Д. Мирзов жұмыстарында басталып, кең зерттеліп, сызықты тендеудің көптеген қасиеттері, мысалы, Штурмның салыстыру теоремасы, нөлдердің кезектесу теоремасы жартылай сызықты дифференциалдық тендеу үшін де орын алатыны көрсетілді. Жартылай сызықты дифференциалдық тендеуді зерттеуде Чехия математигі О. Досли (O.Dosly) өзінің еңбектерінде кеңінен ашып, үлкен үлес қосты.

Екінші ретті жартылай сызықты айырымдық тендеуді өткен ғасырдың 90 жылдарында негізінен Риккати әдісімен зерттеліп, Агарвалдың (Agarwal R.P.) кітабында 2000 жылға дейінгі нәтижелер берілген. 2001 жылдан бастап П.Рехак (Rehak P.) пен О. Дослидің жұмыстарында екінші ретті жартылай сызықты айырымдық тендеуінің теориясын екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық тендеуінің теориясының деңгейіне жеткізді. Айналма теоремасының және Штурмның салыстыру теоремасының, жалпыланған нөлдердің кезектесу теоремасының толық аналогтарын орнатты. 2005 жылғы О. Досли мен П. Рехактың кітабында екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық тендеуі мен екінші ретті жартылай сызықты айырымдық тендеуінің зерттеу әдістерін көрсетіп, осы тендеулердің 2005 жылға дейінгі нәтижелері келтірілген.

Жалпы айырымдық тендеулер, дифференциалдық тендеулерге байланыссыз өз алдында үлкен мағынаға ие. Өмірдегі, қоршаған ортадағы әртүрлі құбылыстар мен өзгерістерді математикалық моделдеу кезінде,

сонымен қатар, экономика, физика, химия, биология салаларында және дискреттік динамикалық жүйелерде қолдана алады. Дифференциалдық теңдеулерді сандық әдіспен шешкен кезде, дискреттік теңдеудің шешімдерінің тербелімділігін білген тиімді. Егер шешім тербелімсіз болса, онда сандық есептеу жақсы жүреді деп сенуге болады.

Қарастырылып отырған теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеуде, айналма теоремасында берілген эквивалентті екі қағидаға сүйенеді.

Бірінші қағиданы Рикатти әдісі деп, екінші қағиданы вариациалық әдіс деп атаймыз. Рикатти әдісінде қарастырып отырған теңдеуден Рикатти теңдеуіне көшіп, оның таралымды шешімі бар жоғын зерттейді. Бірақ екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуіне қатысты Рикатти теңдеуі екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеуіне қарағанда өте күрделі. Содықтан, Рикатти әдісімен екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеуіне алынған нәтижелердің аналогі, толығымен екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуі үшін алынған жоқ.

Сонымен қатар, екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуіндегі ν коэффициенті әртүрлі таңбалы сандарды қабылдайтын тізбек болса, онда теңдеуді зерттеу қиындау болады. Ал вариациалық әдіс, салмақты теңсіздікті зерттеуге әкеледі. Жоғарыда келтірілген теңдеулерге алынған көп нәтижелер Рикатти әдісімен жасалған.

Вариациалық әдіс екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің, ең болмағанда бір коэффициенті дәрежелік тізбектер болған жағдайда қарастырылған. Себебі жалпы жағдайда теңсіздіктің орындалуы шешілмеген мәселе болатын. Сызықты теңдеулердегі вариациалық әдісті, бір және көп айнымалы дифференциалдық, айырымдық теңдеулерге қолдануын және ол теңдеулердің тербелімдік, тербелімсіздік шарттарының дифференциалдық операторлардың спектральдық теориясындағы маңызын Н.М. Глазманның кітабында жақсы келтірілген. Алайда, ондағы қарастырылған нақты дифференциалдық не айырымдық теңдеулердің, ең болмағанда бір коэффициенті дәрежелік функция, не тізбек болады.

Егер екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуіне сәйкес айырымдық теңсіздіктің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуінің коэффициенттер терминінде табылса, онда екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуінің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті, жеткілікті шарттары табылған болар еді. Сонымен, екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуіне сәйкес айырымдық теңсіздікті, теңдеудің коэффициенттеріне шек қоймай, шешу және оның нәтижелерін екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің тербелімдік қасиеттеріне қолдану сұрағы ашық мәселе болып тұр.

Қарастырылып отырған диссертациалық жұмыс осы өте өзекті мәселені зерттеуге арналған.

Диссертациалық жұмыста екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуіне сәйкес, айырымдық теңсіздіктің, теңдеудің ν коэффициенті теріс

емес және әртүрлі таңбалы тізбек болған жағдайда, орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары, теңдеудің коэффициенттер терминінде алынған. Соның негізінде екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің тербелімдік қасиеттерінің жеткілікті, қажетті шарттары берілді. Бұл нәтижелердің салдары есебінде екінші ретті сызықты айырымдық теңдеуінің жаңа тербелімдік қасиеттері шықты.

Айырымдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін дүниежүзінің көптеген елдерінің ғалымдары зерттейді. Мысалы, Қытай, Америка, Япония, Түркия, Сауд Арабиясы, Египет, Франция, Германия, Чехия, Венгрия ғалымдары.

Қазақстанда дифференциалдық және айырымдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеу М.Өтелбаевтың жұмысынан бастау алып, Р. Ойнаров, Л.К. Құсайынова, Б.С. Қошқарова, еңбектерінде жалғасын тапты. Бұл тақырып бойынша Қ. Мырзатаева, М. Алдай, С. Алимагамбетова, С. Құдабаева, Х. Рамазановалардың диссертациялары қорғалды.

Зерттеу мақсаты. Екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуге вариациялық әдісті қолданып, теңдеу коэффициенттердің жалпы жағдайында, теңдеуге сәйкес айырымдық теңсіздіктің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын табу. Соның негізінде теңдеудің берілген аралықта түйіндестігі мен түйіндессіздігінің, тербелімділігі мен тербелімсіздігінің жеткілікті, қажетті шарттарын, теңдеудің тек коэффициенттерінің сипатында беру.

Зерттеу нысаны. Екі мүшелі екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеулер мен айырымдық теңсіздіктер.

Зерттеу әдісі. Вариациялық әдіс негізінде екінші ретті жартылай сызықты теңдеудің тербелімділік қасиеттерін салмақты айырымдық теңсіздіктердің орындалуы шарттарын пайдаланып зерттеу.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Финитті тізбектер жиынында екі салмақты және үш салмақты айырымдық теңсіздіктердің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары. Сол теңсіздіктердің ең кіші тұрақтыларын екі жақты бағалаулары. Кеңейтілген вариациялық қағиданың негізінде алынған екінші ретті екі мүшелі жартылай сызықты және сызықты айырымдық теңдеулердегі белгісіздің жанындағы екінші коэффициенттің теріс емес және әртүрлі таңбалы болған жағдайлардағы тербелімдік қасиеттерінің жеткілікті, қажетті шарттары.

Екінші ретті жартылай сызықты және сызықты айырымдық теңдеулер үшін алынған негізгі нәтижелер.

Теңдеулердің екінші коэффициенті теріс емес кез-келген тізбектер болған жағдайда:

- Кеңейтілген вариациялық қағида;
- Екі салмақты айырымдық теңсіздіктің финитті тізбектер жиынында орындалуының салмақты тізбектер терминінде қажетті және жеткілікті шарттары мен теңсіздіктің ең кіші тұрақтысын екіжақты бағалауы;

- Теңдеулердің берілген аралықта түйіндесті және түйіндессіз болуының коэффициенттер терминінде жеткілікті, қажетті шарттары;
- Теңдеулердің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде жеткілікті, қажетті шарттары;
- Теңдеулердің қатаң тербелімділігі мен қатаң тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті және жеткілікті шарттары.

Теңдеулердің екінші коэффициенті әртүрлі таңбалы кез-келген тізбектер болған жағдайда:

- Кеңейтілген вариациялық қағида;
- Үш салмақты айырымдық теңсіздіктің финитті тізбектер жиынында орындалуының салмақты тізбектер терминінде қажетті және жеткілікті шарттары мен теңсіздіктің ең кіші тұрақтысын екіжақты бағалауы;
- Теңдеулердің берілген аралықта түйіндесті және түйіндессіз болуының және тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде жеткілікті, қажетті шарттары.

Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық құндылығы.

Зерттеу жұмысы теориялық сипатқа ие. Салмақты айырымдық теңсіздік бойынша алынған нәтижелер дискретті теңсіздіктер теориясында өз орнын алып, дискреттік операторлар теориясында, гармоникалық анализде қолдануы мүмкін. Ал екі мүшелі екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттері бойынша нәтижелер айырымдық теңдеулердің сапалық теориясына қосқан үлес болып саналып, дискреттік операторлардың спектрлік теориясында және дифференциялық теңдеулерді сандық әдіспен шешуде қолданылуы мүмкін.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Диссертацияның негізгі нәтижелері бойынша халықаралық конференцияларда және ғылыми семинарларда баяндамалар жасалды: 2019 жылдың 3-5 сәуір күндері Алматы қаласында өткен Қазақстан Республикасының Ғылым саласының қызметкерлері күніне және Workshop «Problems of modelling process in electrical contacts», ҚР ҰҒА академигі С.Н. Хариннің 80 жылдық мерейтойына арналған дәстүрлі Халықаралық сәуір конференциясында; 2019 жылдың 12-13 маусым күндері Қарағанды қаласында өткен «Математиканың, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы сұрақтары» атты ф.-м.ғ.д., профессор М.Ы.Рамазановтың 70 жылдық мерейтойына орайластырылған Халықаралық ғылыми конференциясында; 2019 жылдың 16-19 қазан күндері «Eurasian Mathematical Journal» журналының шығарыла бастағанына 10 жыл толуына арналған «Анализдің, дифференциалдық теңдеулердің және алгебраның өзекті мәселелері (EMJ-2019)» атты Халықаралық ғылыми конференциясында; 2019 жылдың 24-26 қазан күндері Өзбекстан Республикасы, Ташкент қаласыда өткен «Классикалық емес математикалық физика теңдеулері және олардың қолданулары» атты өзбек-ресей ғылыми конференциясында; докторантурада оқу барысында Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, механика-математика факультеті, «Іргелі математика» кафедрасының «Функционалдық анализ және оның

қосымшалары» атты ғылыми семинарларында; 2018 жылдың 24 қыркүйегі мен 27 желтоқсаны арасында докторанттың ғылыми тағлымдамасынан өту барысында Ресей Федерациясы, Башқұртстан Республикасы, Уфа қаласы, М. Акмулла атындағы Башқортостан мемлекеттік педагогикалық университеті, физика-математика факультеті, «Математика және статистика» кафедрасының профессоры, ф.-м.ғ.д., РФ және БР Еңбек сіңірген Ғылым Қайраткері, Ғылым саласы бойынша БР Мемлекеттік сыйлықтың лауреаты Султанаев Яудат Талғатұлының жетекшілігімен өткізілетін «Спектральная теория дифференциальных операторов» ғылыми семинарларында баяндамалар жасалынды.

Жариялымдар. Диссертациялық жұмыс бойынша 5 мақала және 6 тезис жарияланды.

Соның ішінде, 3 мақала Қазақстан Республикасы Білім және ғылым Министрлігі, Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған басылымдарда, 2 жұмыс Scopus деректер қорына енетін және CiteScore процентилі 25-тен кем емес болатын ғылыми журналда, 6 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар тезистері жинақтарында, оның ішінде 1 жұмыс шетелде өткен конференция мақалаларының тезистер жинағында жарияланды.

Диссертацияның құрылымы. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, екі бөлімнен, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Әр бөлім тармақшаларға бөлінген.